



Uvod

Teorem 1

(Osnovno svojstvo)

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Teorem 2

(Sinusov poučak) U trokutu ABC vrijedi:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Teorem 3

(Kosinusov poučak) U trokutu ABC vrijedi:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

Teorem 4

(Dvostruki sinus i kosinus)

$$\begin{aligned}\sin 2x &= 2 \sin x \cos x \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x\end{aligned}$$

Teorem 5

(Kut između tetive i tangente) Neka je K kružnica i AB neka njezina tetiva. Neka je t tangenta na kružnicu K koja prolazi kroz B . Tada je kut između tangente t i tetive AB jednak obodnom kutu nad tetivom AB u kružnici K .

Teorem 6

(Potencija točke) Neka točkom T izvan kružnice K prolazi pravac p koji siječe K u A i B , pravac q koji siječe K u C i D te pravac r koji je tangenta kružnice K i dodiruje ju u E . Vrijedi:

$$TA \cdot TB = TC \cdot TD = TE^2$$

Zadaci

1. Dokažite teorem o potenciji točke.
2. Neka se kružnice K_1 i K_2 sijeku u točkama M i N . Dokažite da proizvoljna točka T na pravcu MN ima jednaku potenciju točke na kružnice K_1 i K_2 .
3. Dokažite da je površina trokuta ABC jednaka $\frac{ab \sin \gamma}{2}$.
4. Riješite jednadžbu $\sqrt{17 - 7 \sin 2x} = 3 \cos x - 5 \sin x$.
5. Dokažite da za sve α, β i $\gamma \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma \leq 1$$

6. Neka je točka M polovište stranice AB trokuta ABC . Dokažite da je umnožak radijusa opisane kružnice trokuta AMC i visine iz M na AC , jednak umnošku radijusa opisane kružnice trokuta BMC i visine iz M na BC .
7. 2 kružnice polumjera r_1 i r_2 , sijeku se u točkama A i B , a jedna njihova zajednička tangenta ih siječe redom u točkama C i D . Neka je N točka presjeka pravaca AB i CD , pri čemu je B između A i N . Izračunajte omjer visina iz vrha N u trokutima NAD i NAC .
8. Za površinu S trokuta ABC i polumjer R njegove opisane kružnice, vrijedi $S \geq R^2$. Dokažite da su svi kutevi trokuta ABC veći od 30° , a manji od 90° stupnjeva.
9. Dokažite da u svakom trokutu postoji težišnica čiji je kvadrat duljine bar $\sqrt{3}$ puta veći od površine trokuta.

Više zadataka možete pronaći na www.skoljka.org.